第二十四卷　总 139 期
2002 第 3 期
自然辩证法通讯
JOURNAL OF DIALECTICS OF NATURE
Vol. 24, Sum No 139
No 3, 2002

祖冲之是如何得到圆周率 π= 355/113 的?*

曲安京
(西北大学数学系, 西安 710069)

摘　要: 中国古代历法家在公元 5 世纪初发明了一种推求新的闰周的简单算法。通过构造的一个定理对这个算法进行的分析讨论证实, 闰周算法是一种很好的实数有理逼近算法, 事实上, 从某种意义上讲, 它与连分数展开算法是等价的。通过反复地使用这个算法, 可以非常容易地求得被逼近实数的一系列渐近分数。这个结果导致的结论是: 在中国古代数学与历法史上出现大量的渐近分数并非偶然事件。闰周算法的产生时期, 正好是祖冲之生活的年代, 通过具体的验算, 推断祖冲之著名的圆周率 π= 355/113 可能就是利用这种算法推求出来的。

关键词: 圆周率　祖冲之　闰周　调日法　连分数
〔中图分类号〕N09　〔文献标识码〕A　〔文章编号〕1000-0763(2002)03-0072-06

祖冲之(429-500 年)一生在数学、天文、历法与工程技术等方面都有很大的成就, 可惜的是, 他的研究工作除了《大明历》完整地保存下来之外, 其余的大部分都已经失传了。作为数学家的祖冲之, 曾经撰写了一本名为《缀术》的数学专著, 在唐代初期被选作当时国子监算学馆的教材之一, 收录在李淳风等人奉敕编辑的《算经十书》中刊刻发行。据说《缀术》的内容十分艰深、习者寥寥, 因此, 在北宋元丰七年(1084 年)秘书省重新刊刻《算经十书》时, 它已经失传。

祖冲之在数学上的贡献, 最为人称道者, 是他关于圆周率的计算,《隋书》中记录了他所得到的圆周率的一些结果, 但是, 遗憾的是, 他推求这些数据的方法都没有流传下来。在《隋书》中记录的这些结果中, 特别引人注目的就是所谓的密率 π= 355/113。关于这个密率, 华罗庚曾经推测, 它应当是连分数展开或与之相当的算法的产物。[1]

我们知道, 利用连分数展开, 可以得到一系列的渐近分数。在中国古代的数学与历法史上, 除了祖冲之的密率 π= 355/113 之外, 还有许多常数都是所谓的渐近分数。因此, 人们很自然会提出这样的问题: 类似连分数展开之类的算法曾经为中国古代的数学家发明并使用过吗?

关于这个问题, 吕子方在 20 世纪 50 年代就通过对汉代历法五星会合周期常数的研究, 提出当时人们已经使用了连分数算法。[2] 20 世纪 80 年代, 李继闵更进一步指出汉历中所谓的"通其率"就是一种类似连分数的算法。[3]不过, 笔者对汉代历法中所有五星会合周期常数的研究表明, 这些数据的得出, 其实根本不需要用到连分数算法。[4],[5]

本文的目的, 就是希望通过构造的一个定理, 对中国古代历法家为了选择新的闰周而设计的一种算法进行分析讨论, 其结果将证实, 在南北朝的刘宋时期, 已经出现了一种与连分数展开相当的算法。进而根据具体的演算推断, 祖冲之当年可能就是利用这种方法, 推导出他的密率 π= 355/113。

一、关于祖冲之的圆周率

圆周率是圆的周长与其直径的比值, 它是一个常数, 但又是一个无理数。因此, 虽然今天人们借助计算

---

*　陕西省教委专项基金(99JK095)资助项目。
〔收稿日期〕2000 年 5 月 22 日
〔作者简介〕曲安京(1962-　)男, 科学史博士, 西北大学数学系教授, 数学与科学史研究中心主任, 博士生导师。

机已经可以算出数以 10 亿计之小数位数的圆周率数值,但仍然不能得到它的精确的结果。

圆周率历来被数学史家认为是衡量一个民族古典数学文明之发达的尺度。中国古代在很早的时候使用的是周三径一的圆周率,也就是取圆周率为 3。大约汉代的时候,人们发现圆周率实际上可能并不是常数 3,于是开始给出不同的数值。到了三国时,数学家刘徽在注释《九章算术》时,发明割圆术,从此开辟了中国数学家计算圆周率的新时代。

通常圆周率的近似值可以用十进小数或有理数两种形式表示。在刘徽注释《九章算术》时,我们可以发现圆周率的这样两种近似值,它们分别为 3.1416 与 157/50。这个结果在当时是相当精确的。到了南北朝刘宋时期,通过祖冲之的努力,圆周率的精度有了很大提高。据《隋书律历志》记载:

> 古之九数,圆周率三,圆径率一,其术疏舛。自刘歆,张衡,刘徽,王蕃,皮延宗之徒各设新率,未臻折衷。宋末,南徐州从事史祖冲之更开密法,以圆径一亿为一丈,圆周盈数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒七忽,朒数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒六忽。正数在盈朒二限之间。密率:圆径一百一十三,圆周三百五十五。约率:圆径七,圆周二十二。[6]

由上述引文可知,祖冲之借助割圆术得到圆周率的数值范围在 3.1415916 与 3.1415927 之间,这个结果使得祖冲之的圆周率精度达到 7 位小数。另外祖冲之还得到了两个圆周率的有理数近似值,他分别称之为约率与密率:22/7 与 355/113。这两个分数也是相当了不起的成果,尤其是后者,被人称为祖率,其重要性甚至比祖冲之的盈朒二数更加引人注目。

祖冲之的约率与密率为什么值得大家的重视呢?

当我们将圆周率按连分数展开时,可以发现,圆周率 π 的前几个渐近分数依次为:

$$\frac{3}{1}, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \cdots\cdots$$

祖冲之的约率与密率都是圆周率 π 的渐近分数。更进一步的分析表明,在分母 < 16604 的一切有理数中,祖率 355/113 是最接近圆周率 π 的分数。

祖率 $\pi = 355/113$,在西方被称为"安东尼兹率",安东尼兹(A. Anthoniszoon, 1527–1607) 是荷兰的数学家,据说他在 1585 年利用阿基米德的割圆术求得

$$\frac{333}{106} < \pi < \frac{377}{120}$$

然后取这两个分数的加成,得到其圆周率:$\pi = \dfrac{333+377}{106+120} = \dfrac{355}{113}$。[7]

祖冲之如何得到他的圆周率,史书中并无详细的交代。不过,根据学者的研究,基本上可以肯定的事实是,祖冲之的盈朒二数,应该是利用类似刘徽之割圆术的方法,取直径为一丈之圆,在割圆至圆内接 24576 边形时,得到此数。

相较盈朒二数,祖冲之的约率与密率是如何得到的,就不是那么清楚了。近代数学史家为此提出了许多的猜测,不过,迄无定论。

二、中国古代历法中选择闰周常数的算法

闰周是早期历法中一个常见的常数,它给出了回归年常数 T 与朔望月常数 B 的最小公倍数关系。假设有一对正整数 (p, q),使得 p 个朔望月 $= q$ 个回归年

由于一个正常的历年含 12 个历月,因此,在 q 个回归年中将恰好有 $p-12q$ 个闰月,于是我们就称整数 (p, q) 是这个回归年与朔望月常数的一个闰周。

早期的中国古代历法选择的闰周都是 19 年 7 闰,也就是 19 个回归年等于 235 个朔望月。公元 4 世纪末期的南北朝时期,历法家已经认识到这个闰周是有问题的,导致的结果是置闰太多,因此,412 年,北凉的赵䵟就在其《元始历》中选择了新的闰周。463 年,祖冲之在其《大明历》中又给出了一个闰周。在唐代傅仁均的《庚午元历》(618 年)之前,共有 16 部历法使用了 10 种不同的新闰周。有意思的是,这些闰周都可以用如下的算式表示出来:

$$\frac{p}{q}=\frac{136+235m}{11+19m}$$

其中的 136/11 是古老的 11 年 4 闰制闰周。如果我们将回归年 T 与朔望月 B 的比值 T/B 按连分数展开, 可以发现, 136/11 与 235/19 正好是它的两个相邻的渐近分数。

表 1. 中国古代历法中的闰周

序	m	p	q	$p-12q$	采用的历法(公元纪年)
0		235	19	7	太初历(-104); 四分历(85); 乾象历(206); 黄初历(220); 景初历(237); 永和历(352); 太始历(365); 三纪历(384); 元嘉历(443)
1	20	4836	391	144	大明历(463); 天和历(566)
2	21	5071	410	151	大业历(608)
3	22	5306	429	158	开皇历(584)
4	23	5541	448	165	大象历(579)
5	26	6246	505	186	正光历(518); 九宫历(547)
6	29	6951	562	207	兴和历(540)
7	31	7421	600	221	元始历(412)
8	32	7656	619	228	大同历(544); 武平历(576); 孟宾历(576)
9	34	8126	657	242	甲寅元历(576)
10	35	8361	676	249	天保历(550); 皇极历(604); 戊寅元历(618)

闰周制虽然在唐代初期即已废除, 但在开元年间出现的一部太乙数术的历法中可以发现当时的太乙历法家仍然试图为其历法挑选一个合适的闰周。在这部与僧一行的《大衍历》同时代的历法中, 作者王希明是参考《大衍历》的常数来选取其基本常数的。通过对《开元太乙历》之基本常数的分析, 我们可以看到古人是如何选择其历法中的闰周的。[8]

由《大衍历》(724 年), 已知其回归年常数 $T=1110343/3040$, 朔望月常数 $B=89773/3040$, 令

$$\frac{T}{B}=\frac{1110343}{89773}=\frac{136+235x}{11+19x}$$

则可以解得 $x=33.7$, 因此, 取 $m=34$, 立刻得到《开元太乙历》的闰周如下:

$$\frac{p}{q}=\frac{136+235\times 34}{11+19\times 34}=\frac{8126}{657}$$

根据这个算法, 如果假设祖冲之选择的回归年的观测值为 $T=$ 365.2430 日, 朔望月的观测值为 $B=29.5306$ 日, 令

$$\frac{T}{B}=\frac{365.2430}{29.5306}=\frac{136+235x}{11+19x}$$

解得 $x=20.42$, 取 $m=20$, 于是, 立刻得到祖冲之《大明历》中的闰周

$$\frac{p}{q}=\frac{136+235\times 20}{11+19\times 20}=\frac{4836}{391}$$

三、闰周算法的数学意义

现在让我们总结一下前面叙述的闰周算法: 假设 θ 是所需逼近的一个无理正实数, 选择两个非负有理数: $\frac{a_1}{b_1}$与$\frac{a_2}{b_2}$, 使得 x 介于$\frac{a_2}{b_1}$与$\frac{a_2}{b_2}$之间, 且$|a_1b_2-b_1a_2|=1$。如果$\frac{a_2}{b_2}$比$\frac{a_1}{b_1}$更接近实数 θ, 则令

$$\theta=\frac{a_1+a_2x}{b_1+b_2x}$$

由此可以解得 $x=\frac{a_1-b_1\theta}{b_2\theta-a_2}$, 令 $x\approx m$, m 表示实数 x 的一个近似整数, 然后将 m 代回上式, 便可以得到实数 θ 的一个近似分数:

$$\theta\approx\frac{p}{q}=\frac{a_1+a_2m}{b_1+b_2m}$$

那么这样求得的近似分数到底好不好呢？下面的定理可以完满地回答这个问题。

定理: 对于任意的正实数 x, 及非负整数 a_1, a_2, b_1, b_2, 如果 $|a_1b_2 - b_1a_2| = 1$, 定义函数

$$f(m) = \frac{a_1 + a_2m}{b_1 + b_2m}$$

及 $m = [x]$, m 表示 x 的整数部分, 则有

(1) 如果 $f(m)$ 存在, 则 $f(m)$ 是 $f(x)$ 的一个渐近分数。

(2) 如果 $1/2 < x - m < 1$, 则 $f(m+1)$ 是 $f(x)$ 的一个渐近分数。①

如果利用现代数论中的一个结果, 就可以比较容易地证明上述定理, 证明过程此处从略。[9]

这个定理可以说明这样一个问题: 反复地使用闰周算法, 就能够求得所逼近实数的渐近分数列。因此, 它事实上已经解释了为什么中国古代数学家与历法家可以算出那样多的渐近分数的现象。

四、祖冲之的圆周率

现在让我们看一看祖冲之是如何得到他的圆周率 $\pi = \frac{355}{113}$ 的。

第一步, 假定 $3 < \pi < 3.5$, 令 $\pi = 3.14$, 因为 3 更接近 $\pi = 3.14$, 所以, 令 $\pi = \frac{7 + 3x}{2 + x}$, 解之即得 $x = \frac{2\pi - 7}{3 - \pi} = 5.1$。于是, 取 $m = 5$, 则有

$$\pi = \frac{7 + 3 \times 5}{2 + 1 \times 5} = \frac{22}{7}$$

这就是祖冲之的约率。

第二步, 已知 $3 < \pi < \frac{22}{7}$, 令 $\pi = 3.1416$, 因为 $\frac{22}{7}$ 更接近 $\pi = 3.1416$, 所以, 令 $\pi = \frac{3 + 22x}{1 + 7x}$, 解之即得 $x = \frac{\pi - 3}{22 - 7\pi} = 16.1$。于是, 取 $m = 16$, 则有

$$\pi = \frac{3 + 22 \times 16}{1 + 7 \times 16} = \frac{355}{113}$$

这就是祖冲之的密率。

由上述演算可以看出, 根据闰周算法, 为了得到祖冲之的密率, 我们需要知道的东西只有两个: 其一, $\pi = 3.1416$, 这个数据在刘徽作割圆术的时候已经得到; 其二, $3 < \pi < \frac{22}{7}$, 这个结果通过第一步的简单计算, 祖冲之也已经得到。由此可见, 得到祖冲之的这个密率似乎并不难。

五、调日法与相邻的渐近分数

中国古代的数理天文学通常都是以分数的形式选择历法中用到的天文学常数。由于这些天文学常数基本上都是无理数, 因此, 历法家们设计了一些算法用来挑选合适的有理数去逼近这些常数。这样的方法, 在数学上被称作“实数的有理逼近”。

如果

$$x = \frac{P\zeta + R}{Q\zeta + S}$$

其中 $\zeta > 1$, P、Q、R、S 为整数, 并且满足

$$Q > S > 0, PS - QR = \pm 1,$$

则 R/S 与 P/Q 是 x 的两个相邻的渐近分数。

实数的有理逼近算法有很多种, 其中最基本的一种算法就是按连分数展开以求取被逼近实数的渐近分数。根据以上的讨论可以看出, 中国古代数理天文学中选择闰周的算法, 实际上就是与连分数展开算法相等价的一种算法。

---

① 笔者构造的这个定理, 可以从哈代(Hardy)的《数论导引》一书中第 10 章第 10 节中之定理 172(见参考文献[9], 140 页)推导出来。

寻求新的闰周的努力, 是从公元 5 世纪初开始的。而此时何承天在创编《元嘉历》(443 年) 时为了挑选适当的历取朔望月常数, 发明了所谓的“调日法”。日法, 通常是指历法中各个常数的公分母, 有时候专指历取朔望月常数的分母。调日法, 就是通过选择特别的自然数为日法, 以确定历法所应用的朔望月常数。

根据宋代历法家周琮的记述, 调日法作为选择历取朔望月常数的一种算法, 为南北朝刘宋时期历法家何承天所创。简单说来, 调日法就是利用分数的加成性质而设计的一种实数的有理逼近算法, 其步骤大体如下: 假设 θ 是所需逼近的实数, 首先选择两个分数 $\frac{q_1}{p_1}(>\theta)$ 与 $\frac{q_2}{p_2}(<\theta)$, 分别称之为强率与弱率; 根据分数的加成法则, 我们知道, 对于任意的自然数 m 与 n, 必有

$$\frac{q_1}{p_1}>\frac{q_1 m+q_2 n}{p_1 m+p_2 n}>\frac{q_2}{p_2}$$

其中 m 与 n 分别称为强数与弱数。通过选择适当的强数 m 与弱数 n, 即可得到所逼近实数 θ 的一个很好的近似分数

$$\frac{q}{p}=\frac{q_1 m+q_2 n}{p_1 m+p_2 n}$$

所谓调日法, 就是选择强数 m 与弱数 n 的算法。它被元代《授时历》(1280 年) 之前的历法家用以选择其历法中的朔望月常数, 应该是不争的事实。这个算法被广泛地用来选择历法中的其他天文学常数, 相信也是可能的。

调日法在某种程度上, 与闰周算法相关。因此, 调日法与闰周算法几乎同时出现, 是不奇怪的, 而中国古代数学家反复利用这个算法以推求一些历法中的常数, 也是顺理成章的事情了。

这个推论可以说明中国古代数理天文学中, 为何不断地出现可以称为是渐近分数的常数。特别是, 为了利用闰周算法或调日法算法, 都需要事先确定一个所谓的“强率”与“弱率”, 而这两个数据, 又大体上都是所逼近实数的相邻的渐近分数。例如, 何承天调日法算法中确定的强率(26/ 49) 与弱率(9/ 17) 就是朔望月余数的两个相邻的渐近分数。这些情况说明, 中国古代的数学家在选择这类强率与弱率数据时, 是有目的, 有意识的, 当然也应该是有一定的方法的, 这样的方法可以保证他们得到这些渐近分数。

宋代著名的历算家周琮在其《明天历议》中谈到以前的历法家选择其近点月常数时说道:

> 旧历课转分, 以九分之五为强率, 一百一分之五十六为弱率, 乃于强弱之际而求秒焉。[10]

根据上述文字, 可以知道, 在《明天历》之前, 人们发现近点月常数的余数小于 5/ 9 日, 大于 56/ 101 日, 并且以这两个分数为强、弱二率, 按照何承天设计的调日法算法来推算其历法中所选择的近点月常数。由于中国古代历法基本上取近点月值为 27. 5545 日, 因此, 当我们将 0. 5545 按连分数展开时, 就不难发现, 它们竟然是两个相邻的渐近分数!

表 2 中国古代数理天文学中的相邻的渐近分数

常数	名称	强率	弱率
朔望月余数	朔余/ 日法	26/ 49	9/ 17
近点月余数	转余/ 日法	5/ 9	56/ 101
平气余数	除法/ 乘法	487/ 32	1324/ 87
闰周	章月/ 章岁	235/ 19	136/ 11
交食周期	交率/ 交数	242/ 223	777/ 716

那么, 这两个数据是如何得到的呢? 按照前述闰周算法, 假定历法家取近点月= 27. 5545 日, 则不难断定 $1/2<0.5545<2/3$, 因为 1/ 2 更接近 0. 5545, 所以, 令 $0.5545=\frac{2+x}{3+2x}$, 解之即得 $x=3.09$, 取 $m=3$, 则有

$$\frac{2+3}{3+2\times 2}=\frac{5}{9}$$

这就是周琮所说的近点月常数之强率。

又因为 $1/2<0.5545<5/9$, 而 5/ 9 更接近 0. 5545, 所以, 令 $0.5545=\frac{1+5x}{2+9x}$, 解之即得 $x=11.45$, 取 $m=11$, 则有

$$\frac{1+5\times 11}{2+9\times 11}=\frac{56}{101}$$

这就是周琮所说的近点月常数的弱率。

在中国古代历法中, 若以 24 等分一个回归年的长度, 得数称之为一个“平气”的长度。在唐宋时期的许多历法中, 历法家都在其“步日躔”章中, 采用平气将回归年划分 24 段, 然后在构造分段二次插值函数时以一个简单的分数近似代替平气的长度。这个分数的分子与分母分别称为“除法”与“乘法”。在唐宋时期, 给出这个数据的历法共计 11 部, 其中有多部历法采用 487/32 或者 1324/87 作为其平气长度的近似分数。若以连分数展开其平气常数, 则可以发现, 这两个分数恰好是其相邻的渐近分数。

早期的中国古代历法中, 使用交食周期推算日月食。唐代以后, 改用交点月计算, 交食周期不再直接用于这样的计算。但在计算合朔时刻月亮距离黄白道交点的时间时, 多数历法都给出了一个交食周期。交食周期是指这样的关系: 假定有一组整数 p, q, l, 使得

$$p \text{ 交点月} = q \text{ 朔望月} = l \text{ 交点年}$$

我们就称它们构成一个交食周期。历史上比较有名的交食周期如沙罗(Saros)周期:

$$p : q : l = 242 : 223 : 19$$

在宋代的《统天历》(1199 年) 中为杨忠辅所采用。另一个有名的纽康(Newcomb)周期:

$$p : q : l = 777 : 716 : 61$$

曾经为李淳风在其《麟德历》(664 年) 中采用。

唐宋时期历法中出现的交食周期分别给出交数 p 与交率 l, 不过历法中并没有交点年的常数。由于交食周期满足这样的关系: $q = p - l$, 而历法中通常必须给出交点月常数 J 与朔望月常数 B, 因此我们可以通过 B/J 来考察 p/q 的数据来源。

当我们以唐宋时期历法中所选择的朔望月与交点月常数的比值 B/J 按连分数展开时, 可以验证, 所谓的沙罗周期与纽康周期, 正好是其两个相邻的渐近分数。

六、结　　论

中国古代历法家发明的选择闰周的算法, 实际上是一种简单的、有效的实数有理逼近算法。根据闰周算法, 可以很容易地计算出所逼近实数的一系列渐近分数。这就是中国古代数学与历法中不断出现大量的渐近分数的原因所在。

从某种意义上讲, 中国古代的闰周算法与连分数算法是等价的。这个方法大约与所谓的何承天调日法算法同时产生, 应该是公元 5 世纪初的一项成就。

闰周算法曾经被用来选择其他一些历法常数, 如平气常数, 交食周期等等, 应该是不成问题的。祖冲之用它来选择其圆周率的约率与密率, 应该也是真相大白的时候了吧。

〔参　考　文　献〕

〔1〕 华罗庚: 从祖冲之的圆周率谈起. 见: 华罗庚科普著作选集, 上海: 上海教育出版社, 1984, 47－80。
〔2〕 吕子方:《三统历》历意及其数源. 见: 中国科学技术史论文集, 成都: 四川人民出版社, 1983。
〔3〕 李继闵:“通其率”考释. 见: 中国数学史论文集(一), 济南: 山东教育出版社, 1985。
〔4〕 曲安京: 东汉到刘宋时期历法五星会合周期数源. 天文学报, 1992, 33(1): 109－112。
〔5〕 曲安京: 汉历连分数算法说质疑. 见: 数学史研究文集(六), 呼和浩特: 内蒙古大学出版社, 1998, 13－21。
〔6〕 中华书局编: 历代天文律历等志汇编(六), 北京: 中华书局, 1976, 1859。
〔7〕 Petr Beckmann, *A History of Pi*. New York: St. Martin's Press, 1971.
〔8〕 曲安京: 唐代太乙术数中的历法探微. 见: 周秦汉唐研究(一), 西安: 三秦出版社, 1997, 381－400。
〔9〕 Hardy, G. H. and Wright, E. M. *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford: Oxford University Press, 1979, 140.
〔10〕〔宋〕周琮:《明天历》议. 见: 历代天文律历等志汇编(八), 北京: 中华书局, 1976, 2634。

〔责任编辑　李克敏〕

The Innovation and the Evolution of the Computer Industry (**p.** 59)

YU Jian- nian

The innovation is a foundation of human beings' development, and reflects the process of new technology transition into the commerce goods and services. However, what's inside of the innovation and how it drives the industry upgrade are not very clear. This paper indicates the innovation machines- - similar creating and true creating, and discusses the important functions of innovation, new demand, market structure, diversification. and entry in the evolution of the computer industry.

"Four- Dimensions Space- Times" and Their "Tension" in Historiography of Science (**p.** 64)

LI Xing- min

On the basis of author's own experiences and observes & theoretical reflections, by using correct views of many historians for reference, this paper discusses comprehensively and thoroughly contents and implications of "four- dimension space- times" in historiography of science. "Four- dimension space- times" signify substantial evidence's dimension, rational dimension, intuitive dimension, and contextual dimension. The preservation of the essential tension between various dimensions also is expounded. The paper states clearly that this is a new, original, and effective research program in history of science.

How Did Zu Chongzhi Find His Value $\pi = 355/113$ **?** (**p.** 72)

QU An- jing

In early 5th century AD, for deriving the cycle of the intercalary month in a calendar- making system, a numerical method was invented by Chinese Mathematician. With a constructed theorem, the author comes to a conclusion that this method, in a sense, equals to the algorithm of the continued fraction. A series convergent to any given number could be derived with this method. The result explains a fact, which has been verified being served as convergent to some constants, appeared in the texts of mathematics or astronomy in ancient China, but on evidence to show there was an algorithm of continued fraction in ancient China. By the use of this method, a possible way for deriving Zu Chongzhi's value $\pi = 355/113$ is demonstrated.

From Physics Master to Soul Seller: The Man and Things of Philipp Lenard (**p.** 78)

WANG Ke- di

An excellent experimental physicist was bound to fall behind the tidy of scientific revolution. He figured out to turn to the Nazi, and stirred up among scientists. Eventually he lost all standing and reputation, became a person condemned by history.

本期责任校对: 吴殿俊
白　颖
解正华
英文校对: 王大明