

阿基米德齿轮滚刀的造形误差及修正

贾晓鸣

(机械系)

摘要: 本文利用泰洛级数导出了阿基米德齿轮滚刀造形误差的近似公式, 该公式直观地揭示了滚刀主要参数与误差之间的关系, 而且便于滚刀设计的程序化和优化。文中提出了新的轴向齿形角计算方法, 它能使滚刀刀刃的齿形误差分布较为合理。笔者采用最大误差最小法, 对滚刀前角值进行了优化。优化结果表明, 每一规格的滚刀都存在一个最佳前角值。对于 $m=4-10$ 的精滚刀, 选取分园前角 $3\sim 4^\circ$ 为宜。随着滚刀重磨, 要改变前刀面的偏心距。

关键词:

造形误差 (formative error)

轴向齿形角 (axial profile angle)

前角 (rake angle)

目前生产中滚切渐开线齿轮, 大多使用以阿基米德蜗杆为基本蜗杆的齿轮滚刀 (简称阿基米德滚刀), 它是一种近似造形滚刀, 因而必然会产生齿形的造形误差 (见图 1)。滚刀的齿形误差, 在滚齿时直接反映到被加工齿轮上, 影响齿轮的精度和使用性能。滚刀的齿形误差包括造形误差等。制造误差和测量误差。而滚刀的制造、测量等误差在方法上正确时, 一般是随机性的, 因而控制滚刀造形误差成为关键。关于阿基米德滚刀造形误差公式, 有关参考文献中已有推导, 但该公式为复杂的超越方程式, 不便于阿基米德滚刀设计的程序化和滚刀几何参数的优化。本文利用泰洛级数推出了简化的误差公式。

1—渐开线基本蜗杆的轴向齿形

2—阿基米德基本蜗杆的轴向齿形

阿基米德滚刀造形误差公式

由参考文献[1]可知, 正前角阿基米德滚刀 (螺旋槽与直槽) 的造形误差为:

$$\Delta f = \left\{ \operatorname{tg} \alpha_0 \left[r_f - r_0 - \frac{K Z_K}{2\pi} (\theta - \theta_0) \right] - \frac{P}{2\pi} (\operatorname{inv} \alpha_f - \operatorname{inv} \alpha) \right\} \cos \lambda b \dots \dots (1)$$

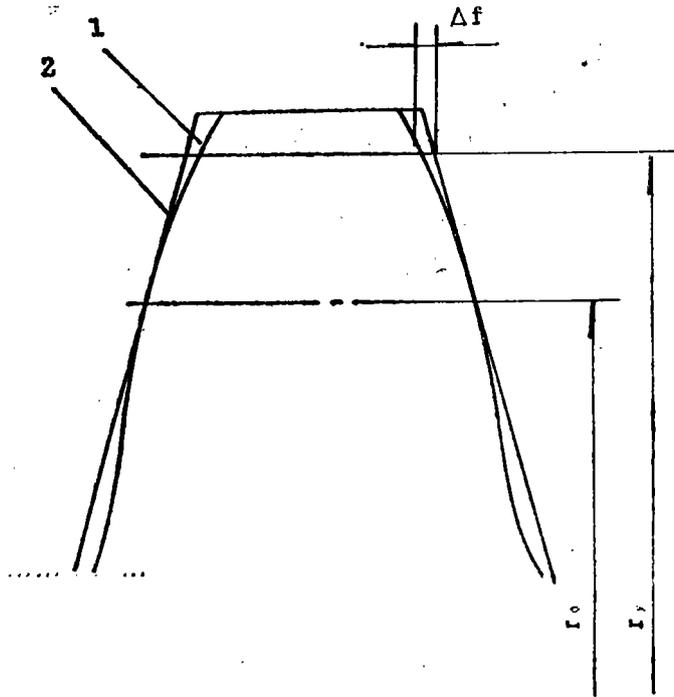


图 I 阿基米德滚刀的近似造形

- 1—渐开线基本蜗杆的轴向齿形
- 2—阿基米德基本蜗杆的轴向齿形

令式 (1) 中 $\theta = \theta_0 = 0$ ，则得出零前角阿基米德滚刀（螺旋槽与直槽）的造形误差：

$$\Delta f = \left\{ \operatorname{tg} \alpha_0 (r_y - r_0) - \frac{P}{2\pi} (\operatorname{inv} \alpha_y - \operatorname{inv} \alpha) \right\} \cos \lambda b \quad \dots\dots\dots (1')$$

式中 α_0 ——阿基米德滚刀轴向齿形角。

α_y, α ——滚刀任意园端面压力角和分园端面压力角。

$$\alpha_y = \arccos \left(\frac{r_b}{r_y} \right); \quad \alpha = \arccos \left(\frac{r_b}{r_0} \right)$$

r_y, r_0, r_b ——分别为滚刀任意园半径、分园半径和基园半径。

θ, θ_0 ——分别为半径 r_y, r_0 圆的参数。

$$\theta = \arcsin \left(-\frac{e}{r_y} \right); \quad \theta_0 = \arcsin \left(-\frac{e}{r_0} \right)$$

e ——正前角滚刀前刀面偏心距。

p ——滚刀导程。

K ——铲削量。

Z_K ——滚刀园周齿数。

λ_b ——滚刀基园柱螺旋升角。

利用泰洛级数将误差公式(1)在分园柱上展开,并取前四项得出阿基米德滚刀造形误差的近似公式。

$$\Delta f = \Delta f(r_f) + \Delta f'(r_0)(r_f - r_0) + \Delta f''(r_0)(r_f - r_0)^2/2 + \Delta f'''(r_0)(r_f - r_0)^3/6$$

求出在分园处的函数值和各阶导数值,代入上式并整理得:

$$\begin{aligned} \Delta f = \cos \lambda_b \cdot M \cdot h_x' \left\{ \operatorname{tg} \alpha_0 \left[1 - \frac{K Z_K \cdot \operatorname{tg} \gamma_0}{\pi D_0} \left(1 - \frac{M \cdot h_x'}{D_0} (\operatorname{tg} z_0 + 2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{M^2 h_x'^2}{1.5 D_0^2} (3 \operatorname{tg}^4 \gamma_0 + 7 \operatorname{tg}^2 \gamma_0 + 6) \right) \right] - \frac{M Z_0}{D_0 \operatorname{tg} \alpha \cos \lambda_0} [\operatorname{tg}^2 \alpha + \\ \left. \frac{M h_x'}{D_0} - \frac{M^2 h_y'^2}{1.5 D_0^2 \sin^2 \alpha} (2 \sin^2 \alpha + 1) \right] \right\} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

令式(2)中 $\gamma_0 = 0$,则得出零前角滚刀的误差:

$$\begin{aligned} \Delta f = \cos \lambda_b \cdot M \cdot h_x' \left\{ \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{M Z_0}{D_0 \operatorname{tg} \alpha \cos \lambda_0} [\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{M h_x'}{D_0} \right. \\ \left. - \frac{M^2 h_x'^2}{1.5 D_0^2 \sin^2 \alpha} (2 \sin^2 \alpha + 1) \right] \right\} \dots \dots \dots (2') \end{aligned}$$

式中 h_x' ——滚刀齿高系数。 $h_x' = (r_f - r_0)/M$

r_0 ——滚刀分园处前角。

M ——滚刀法向模数。

Z_0 ——滚刀头数。

D_0 ——滚刀分园直径。

λ_0 ——滚刀分园螺旋升角。

令式(2)中齿高系数 $h_x' = +1, -1$,就得出阿基米德滚刀在齿形工作范围内齿顶的齿形误差 Δf_e 和齿根的齿形误差 Δf_f :

$$\begin{aligned} \Delta f_e = \cos \lambda_b \cdot M \left\{ \operatorname{tg} \alpha \left[1 - \frac{K Z_K}{\pi D_0} \cdot \operatorname{tg} r_0 \left(1 - \frac{M}{D_0} (\operatorname{tg}^2 r_0 + 2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{M}{1.5 D_0^2} (3 \operatorname{tg}^4 \gamma_0 + 7 \operatorname{tg}^2 \gamma_0 + 6) \right) \right] - \frac{M Z_0}{D_0 \operatorname{tg} \alpha \cos \lambda_0} [\operatorname{tg}^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\left. + \frac{M}{D_0} - \frac{M^2 Z_0}{1.5 D_0^2 \sin^2 \alpha} (2 \sin^2 \alpha + 1) \right\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\Delta f_f = \cos \lambda_b \cdot M \left\{ \frac{M Z_0}{D_0 \operatorname{tg} \alpha \cos \lambda_0} \left[\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{M}{D_0} - \frac{M^2}{1.5 D_0^2 \sin^2 \alpha} \right. \right. \\ \left. \left. (2 \sin^2 \alpha + 1) \right] - \operatorname{tg} \alpha_0 \left[1 - \frac{K Z K}{\pi D_0} \cdot \operatorname{tg} \gamma_0 \left(1 + \frac{M}{D_0} (\operatorname{tg}^2 \gamma_0 + 2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{M^2}{1.5 D_0^2} (3 \operatorname{tg}^4 \gamma_0 + 7 \operatorname{tg}^2 \gamma_0 + 6) \right) \right] \right\} \dots \dots \dots (4)$$

为了评价所导出的误差公式的精确度，笔者对某些齿轮滚刀的造形误差公式(1)和公式(2)进行了比较计算。计算结果表明，近似误差公式在实际中计算精度足够。表1列出了各种滚刀在 $Z_0 = 1$ ， $h_x' = +1$ ， -1 ， $\alpha_n = 20^\circ$ 时计算的最大误差。

近似误差公式直观地揭示了造形误差和滚刀主要参数之间的关系，并说明了各个参数对误差的影响程度。由该公式可见，滚刀的造形误差 Δf 随滚刀分圆直径 D_0 增大而减小，随模数 M 、头数 Z_0 、螺旋升角 λ_0 增大而增大，误差大小及正负还与分圆处前角 γ_0 有关，而且远离分圆的齿顶和齿根处误差最大。

表1

滚刀参数				误差值 (mm)			
γ_e^*	M	D_0	λ_0	公式(2)		公式(1)	
				齿顶误差 Δf_e	齿根误差 Δf_f	齿顶误差 Δf_e	齿根误差 Δf_f
0°	4	70	3.27	-1.6×10^{-3}	-2.2×10^{-3}	-1.7×10^{-3}	-2.3×10^{-3}
	8	137.7	3.3	-3.0×10^{-3}	-5.1×10^{-3}	-3.1×10^{-3}	-5.2×10^{-3}
	10	172.2	3.3	-3.8×10^{-3}	-5.3×10^{-3}	-3.9×10^{-3}	-5.4×10^{-3}
12°	4	70	3.27	7.4×10^{-3}	9.3×10^{-3}	7.5×10^{-3}	9.4×10^{-3}

γ_e^* ——滚刀顶刃前角

近似误差公式的优点还在于它具有广泛的实用性。它不但易于计算误差值，而且还可以根据模数和预先给定的滚刀齿形误差来选择其分圆直径、头数、螺旋升角和前角等，使得该滚刀的齿形误差不会超过预先给定值。从而便于非标准滚刀设计的程序化和优化。

轴向齿形角的修正

关于阿基米德滚刀轴向齿形角的计算,在很多有关齿轮刀具的书籍中都有介绍。表1中的误差计算,其轴向齿形角就是采用了书中所推荐的公式。可见按书中所推荐的齿形角公式进行计算,所得误差出现齿根处要比齿顶处大的多的现象,对于有些滚刀会因齿根处误差过大而超差。为了减小齿根处误差,使滚刀误差分布较为合理,应使齿根误差接近或等于齿顶误差。据此,由 $\Delta f_e = \Delta f_f$ 推出新的轴向齿形角计算公式。

对于直槽正前角阿基米德滚刀

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{MZ_0}{D_0 \operatorname{tg} \alpha \cos \lambda_0} \left[\operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{M^2}{1.5D_0^2 \sin^2 \alpha} (2 \sin^2 \alpha + 1) \right] / A \dots \dots (5)$$

$$\text{式中 } A = Q1 - \frac{KZ_k \operatorname{tg} \gamma_0}{\pi D_0} \left(1 + \frac{M^2}{1.5D_0^2} (3 \operatorname{tg}^4 \gamma_0 + 7 \operatorname{tg}^2 \gamma_0 + 6) \right)$$

对于直槽零前角阿基米德滚刀

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{MZ_0}{D_0 \operatorname{tg} \alpha \cos \lambda_0} \left[\operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{M^2}{1.5D_0^2 \sin^2 \alpha} (2 \sin^2 \alpha + 1) \right] \dots \dots (6)$$

例如,表1中的 $M=8$ 的直槽零前角滚刀,轴向齿形角按公式(6)计算为 $\alpha_0 = 20.023^\circ$,其齿顶误差和齿根误差均为 $\Delta f = -4.05 \times 10^{-3} \text{mm}$,齿形总误差不变。

前角值的优化

零前角的阿基米德滚刀虽然误差值很小,但切削性能差。正前角阿基米德滚刀切削时,可以减少切屑变形和切屑流经前刀面上的摩擦,从而可以减少切削力,降低切削温度,提高表面质量及加工生产率,而且刀具耐用度也可得到改善。但前角选取不当会使滚刀齿形误差加大,因而寻求一个使滚刀误差为最小的前角值尤为重要。

笔者对阿基米德滚刀前角值的优化采用了最大误差最小法。由前面分析可知,滚刀上齿形的最大误差分别为齿根处误差 Δf_f 和齿顶处误差 Δf_e 。

$$\text{令最大误差 } \delta_{\max} = |\Delta f_e| + |\Delta f_f| \dots \dots \dots (7)$$

最佳前角应使最大误差 δ_{\max} 为最小。它可借助于计算机由最优化算法求出。根据笔者的计算表明,阿基米德滚刀的前角确实存在一个最佳值,最佳前角滚刀的误差比零前角滚刀的还要小,见表2。而且螺旋升角越大,最佳前角越大,滚刀的误差较零前角滚刀的越小。这对于提高大模数滚刀和多头滚刀的精度特别有利。因此最佳前角滚刀可用于齿轮的精加工和半精加工,在生产中要推广正前角滚刀切削。为了使生产中制造滚刀方便,可以分规格段来选择前角。如果滚刀基本尺寸按《JB2495—78标准》,对于模数 $m=4-10$,分园前角值为 $3-4^\circ$ 。

表 2

滚 刀 参 数	最佳前角 (r_0)	误 差 值 (mm)	
		齿顶误差 Δf_a	齿根误差 Δf_f
$m = 4 \quad D_0 = 70 \quad \lambda_0 = 3.27^\circ$ $Z_K = 9 \quad K = 6$	2.9°	8.58×10^{-5}	-2.92×10^{-5}
$M = 8 \quad D_0 = 137.7 \quad \lambda_0 = 3.3$ $Z_K = 12 \quad K = 9$	3.2°	9.44×10^{-4}	-6.12×10^{-5}

滚刀重磨后误差的修正

滚刀用钝后需重磨。若按原偏心距修磨，将导致其刀刃齿形随着滚刀的不断重磨而逐渐丧失精度，甚至超差。特别是前角较大时尤为明显。为了保证滚刀重磨后齿形精度不变，每次重磨前刀面时必须不断改变前刀面的偏心距，其改变量视滚刀外径的磨去量而定。这可由误差公式(2)或轴向齿形角公式分析出。

本文以正前角滚刀为例说明，每次重磨滚刀时，可根据滚刀磨损量确定出重磨厚度，计算重磨后的分园直径(节园直径)和分园柱螺旋升角，代入公式(7)求出最佳前角和对应的偏心距 e 。这一切都可编程由计算机来完成。为了使生产中修磨滚刀方便，可以把每一规格的滚刀在能够重磨的限度内，根据重磨厚度，确定几个偏心距，供修磨时使用。

计算表明，无论正前角、负前角还是零前角滚刀，都应采用变偏心距法修磨滚刀。对零前角和正前角滚刀重磨时要增加偏心距，而对于负前角滚刀要减小偏心距。

参 考 文 献

〔1〕袁哲俊等编。齿轮刀具设计 上册 新时代出版社 1983年

〔2〕四川省机械工业局编。齿轮刀具设计理论基础 上册

机械工业出版社 1982年

Formation Error of Archimedes

Gear Hob and Its Correction

Jia Xiaoming

Abstract

In this article, the apparent formular of Archimedes gear hob formation error is derived by using Taylor Series. It revealed visibly the relation between the main parameteres of the gear hob and the error, b-

ut be accessible for programming and optimum of the the angl gear hob design. The new Calculating method of axial profile is proposed So that enable the profile error distribute of the gear hob to be suitable. The rake angle of the gear hob is optimumed by using maximal error minum method. The results showed any standards gear hob present all a optimum Value. The dividing circle rake angle $3\sim 4^\circ$ is Selected to be suitable associated wiah $m=4\sim 10$ finishing gear hob. The face eccentric distance change with the genr hob Sharpening.