1993

阿基米德螺线式混炼盘混炼 效果的数值计算

钱 欣 薛 平 胡秀吉 朱复华 (塑料机械及塑料工程研究所)

摘 要:根据基本假设。建立了阿基米德螺线式棍炼盘中熔体流动数学模型和混炼过程的计算模型。并进行了数值计算。分析了混炼盘的螺槽深度、螺槽宽度以及转速对螺槽中熔体的停留时间、剪切速率和剪切应力的影响。

关键词: 混炼盘; 阿基米德螺线; 数学模型; 剪切; 停留时间

中图分类号: TQ320.66

由于高聚物熔体在一些混炼盘中流动过程十分复杂,混炼盘结构参数、工艺参数 及混炼效果之间的定量关系无法从理论上进行定量描述。在此我们仅对形状简单、无分流 节点的阿基米德螺线盘进行数值计算,分析其结构参数、工艺参数对混炼过程的影响。

1 数学模型的建立(1)

1.1 建立模型的基本假设

以阿基米德螺线槽盘为动盘,平面盘为静盘组成的混炼盘系统,高聚物熔体由动盘外缘进入,在静盘对动盘槽中熔体拖曳作用下,熔体沿槽流动,并由螺线盘中心孔挤出,为建立数学模型,特作以下假设:

- ①熔体为不可压缩的牛顿流体;
- ②流动为稳定的恒温过程;
- ③不考虑重力和惯性力的作用;
- ④不考虑动静盘间隙的影响;
- ⑤在端面盘入口处的物料均为熔体;
- ⑥考虑求解的可能性, 设流动为二维的平面流动。

1.2 数学模型

1.2.1 座标系建立及其它几何关系

将极坐标方程 $\rho = a\theta$ 的阿基米德螺槽拉直,建立直角坐标系 (见图 1),即取沿槽长方向为 z 方向槽宽方向为 x 方向,槽深方向为 y 方向。

由极坐标方程及极坐标下的弧长公式:

收稿日期: 1993-05-29

^{*}国家自然科学基金资助项目

$$dS = \sqrt{\rho^2(\theta) + {\rho'}^2(\theta)}d\theta$$

运中 p / 为板径对镀角的导数, S 为弧长,

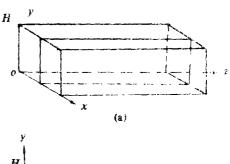
上层可具得到槽拉真后,直角坐标 z 与极空标 θ 的对应关系及螺槽长度 z 的计算

$$L = \int_{\mu_0}^{\mu_0} a \sqrt{1 + \alpha^2} \, d\alpha = a / 2[\alpha \sqrt{1 + \alpha^2} + \ln(\alpha + \sqrt{1 + \alpha^2})]_{\theta_0}^{\theta_0}$$
 (2.

式中 θ_0 一端而盘出口处极角; θ_1 一端面盘人口处极角。

1.2.2 两维流动流场的确定

阿基米德螺线端面盘在工作过程中、螺槽顶部各点熔体的拖曳速度为其圆周速度在阿基米德螺线切线上的投影。由于熔体在螺槽中半径的不同、导致顶部拖曳速度的随之变化。在熔体人口处,半径最大,故顶部的拖曳速度也最大;在出口处,半径最小,因而顶部拖曳速度也最小。在螺槽底部熔体的运动速度均为零。由于熔体不可压缩,要保证螺槽中各截面熔体流量的一致,势必存在沿槽流动速度 V_z 随槽深 y 方向的变化,这主要是由于熔体沿槽流动的同时,还存在着沿



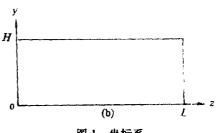


图1 坐标系

槽深方向的流动 $V_{y^{\pm}}$ 由于只考虑两维流动,因此忽略圆周速度在螺线法线方向的投影速度。

1.2.3 本流场的基本方程

根据建立模型的基本假设, 所研究流场的基本方程为:

连续性方程

$$\frac{\partial V_{y}}{\partial y} + \frac{V_{z}}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

纳维-斯托克斯方程:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 V_{y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_{y}}{\partial z^2} \right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right) \tag{5}$$

由于假设流动为等温过程,因而不考虑能量方程。

1.2.4 求解边界条件

ν_、的边界条件:

$$V_{y}(0, z) = V_{y}(H, z) = V_{y}(y, 0) = V_{y}(y, L) = 0$$
 (6)

V. 的边界条件:

$$V(0, z) = 0 \tag{7}$$

$$V_{\perp}(H, z) = f(z) \tag{8}$$

式中f(z)为繫槽顶部的拖曳速度,其具体表达式如下。

阿基米德螺线槽极生标与直角坐标转换式为:

$$\begin{cases} z = a\theta\cos\theta \\ y = a\theta\sin\theta \end{cases}$$

其切向分量为:

$$\overline{\tau_1} = \frac{\partial z}{\partial \theta} \, \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial \theta} \, \vec{j} = a(\cos\theta - \theta\sin\theta) \, \vec{i} + a(\sin\theta + \theta\cos\theta) \, \vec{j}$$

单位切向分量为:

$$\vec{\tau}_{1}' = \frac{\vec{\tau}_{1}}{|\vec{\tau}_{1}|} = \frac{(\cos\theta - \theta\sin\theta)\vec{i} + (\sin\theta + \theta\cos\theta)\vec{j}}{\sqrt{1 + \theta^{2}}}$$

圆的极坐标与直角坐标间转换式为:

$$\begin{cases} z = R\cos\theta \\ y = R\sin\theta \end{cases}$$

其单位切向分量为: $\vec{\tau}' = -\sin\theta \vec{i} + \cos\theta \vec{j}$

由此可以得到圆周上各点与阿基米德螺线的夹角表达式为:

$$\cos \alpha = \vec{\tau}' \cdot \vec{\tau}_1' = \theta / \sqrt{1 + \theta^2}$$

圆周速度在阿基米德螺线上的投影为:

$$V(\theta) = a\omega\theta^2 / \sqrt{1 + \theta^2} \tag{9}$$

式(9)是以极坐标表示的投影速度,通过关系式 (1) 代人 (9) 可以得到直角坐标下的投影速度f(z).

由进出口熔体流量相等,得:

$$\int_{0}^{H} V_{I}(y, 0) W dy = \int_{0}^{H} V_{I}(y, L) W dy$$
 (10)

2 混炼过程数值计算解法

2.1 速度、剪切速率的求解方法

引入流函数 $\psi(y, z)$, 设

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -V, \qquad \frac{\partial \psi}{\partial y} = V_z \tag{11}$$

将方程(3)~(5)化为关于流函数的重调和方程,即:

$$\Delta^2 \quad \psi = 0 \tag{12}$$

原边界条件(6)~(10)转化为:

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \psi}{\partial z} \right|_{z=1} = 0 \tag{13}$$

$$\psi\big|_{y=0} = \frac{\partial \psi}{\partial y}\bigg|_{y=0} = 0 \tag{14}$$

$$\psi|_{Y=H} = Q / W \tag{15}$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial y} \right|_{z=H} = f(z) \tag{16}$$

$$\psi|_{x=0} = \int_0^y V_x(\xi, 0) d\xi \tag{17}$$

$$\psi\big|_{z=L} = \int_0^y V_z(\xi, 0) d\xi \tag{18}$$

考虑到区域的长宽比 L/H很大,参考力学中对矩形低粱弯曲问题的处理方法设:

$$\psi n = \cos \frac{n\pi z}{l} \psi n(y) \qquad n = 0, \quad 1, \quad 2 \cdots$$
 (19)

将(19)代人(12)得:

$$\psi(y, z) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + a_3 y^3 + \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi z}{l}$$

$$\left(A_n \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{l} + B_n \operatorname{sh} \frac{n\pi y}{l} + C_n y \operatorname{ch} \frac{n\pi y}{l} + D_n y \operatorname{sh} \frac{n\pi y}{l} \right)$$
(20)

式(20)中的系数 a_0 , a_1 , a_2 , a_3 及 A_1 , B_n , C_n , D_n 由边界条件求得。为确定这些系数、将拖曳速度f(z)写成福氏级数形式,即:

$$f(z) = f_0 / 2 + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \cos \frac{n\pi z}{l}$$
 (21)

求得福氏级数系数 f_0 , f_n 后, 即可求得 (20) 式中的全部系数, f_0 , f_n 的求解详见文献[1, 3]。

通过 $\psi(y, z)$ 可求出速度、剪切速率的解析表达式、即:

$$V_{p} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{l} \right) \sin \frac{n\pi z}{l} \left[B_{n} y \sinh \frac{n\pi y}{l} + C_{n} y \cosh \frac{n\pi y}{l} + D_{n} y \sinh \frac{n\pi y}{l} \right]$$
 (22)

$$V_{z} = 2a_{2}y + 3a_{3}y^{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi z}{l}$$

$$\left[\frac{n\pi}{l}\left(B_{n}\operatorname{ch}\frac{n\pi y}{l}+C_{n}y\operatorname{sh}\frac{n\pi y}{l}+D_{n}y\operatorname{ch}\frac{n\pi y}{l}+C_{n}\operatorname{ch}\frac{n\pi y}{l}+D_{n}\operatorname{sh}\frac{n\pi y}{l}\right)\right]$$
(23)

$$\dot{y} = 2a_2 + 6a_3 y + \sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi z}{l}$$

$$\left[\left(\frac{n\pi}{l}\right)\left(B_n \sinh\frac{n\pi y}{l} + C_n y \cosh\frac{n\pi y}{l} + D_n y \sinh\frac{n\pi y}{l}\right) + 2\frac{n\pi}{l}\left(C_n \sinh\frac{n\pi y}{l} + D_n \cosh\frac{n\pi y}{l}\right)\right] (24)$$

2.2 混炼过程描述指标及其求解方法

在挤出机中的混炼过程基本上可分为3种不同的作用,即:由螺槽中停留时间分布产生的纵向混合;由螺槽中剪切速率产生的层状混合分布;由螺槽中剪切应力产生的颗粒分散.

定量描述这3种作用:从计算的可行性考虑,选择了熔体在槽深方向的停留时间分布

来描述纵向混合优劣;以剪切形变及其分布评价其层状混合的好坏;以颗粒破碎度描述其 分散性大小。

2.2.1 停留时间分布及平均停留时间

将整个螺槽沿槽长方向 m 等分, 沿槽深方向 n 等分,

计算槽深了处的停留时间

$$t_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta L / V_{ij} \qquad (i = 1, 2 \cdot \cdots n)$$
 (25)

式中: $\Delta L - m$ 等分螺槽长度, 即 $\Delta L = L/m$;

 V_i —- 槽深为 i,螺槽长为 ΔL 时 i 处的速度。

计算平均停留时间

螺槽长度 / 处的平均速度 //;

$$\overline{V}_{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} V_{ij} \tag{26}$$

平均停留时间7:

$$\tilde{t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta L}{V_i} \tag{27}$$

2.2.2 剪切形变分布及平均剪切形变计算

剪切形变分布:

$$\gamma_{i} = \sum_{j=1}^{m} \dot{\gamma}_{ij} \frac{\Delta L}{V_{ij}} \qquad (i = 1, 2 \cdot \dots \cdot n)$$
 (28)

式中: ý,, --螺槽节点 ij处的剪切速率。

平均剪切形变量:

$$\overline{\gamma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \gamma_i \right| \tag{29}$$

2.2.3 颗粒破碎度定义为:

$$K = \frac{\overline{d}_b - \overline{d}_p}{\overline{d} - \overline{d}_p} \tag{30}$$

式中: $\overline{d_a}$ ——未加剪切作用时的平均粒径; $\overline{d_b}$ ——加剪切作用后的平均粒径; $\overline{d_p}$ ——颗粒中原生粒子的平均粒径。

依据公式(30)剪切作用下固相颗粒崩溃方程,即:

$$K = \left[1 + \left(\frac{t}{C_{11}}\right)^{C_{21}} \quad \ln\left(\frac{\tau}{\tau_{\min}}\right)^{1/C_{n}}\right]^{-1} \tag{31}$$

式中: C11, C21, C31--固相粒子物性参数;

★──剪切应力作用时间:

τ--作用于粒子的剪切应力:

τ_{min}—固相粒子破碎所需最小应力。

2.3 數值计算的参数

J. X.1 基本计算参索

蛇的货的直任品。 208mm;

福州品 11月 新 1 なってwumm;

数据式 =0.3 cm, 螺槽深度=0.3 cm;

蚜以其主 (= 2) 螺槽长度等分数 m=100,

螺旋网皮等分数 n= 10; 螺距 D,=20mm.

盆转过 ≥=45 :/ mm; 产量 Q=4 167g/s.

2.3.2 转速与产量的关系

通过实验测得了转速与产量在端面结构参数一定时的关系曲线,其回归方程如下:

$$Q = 0.233n + 4.5 \text{ kg/h}$$
 (32)

2.3.3 破碎度计算时的物性参数

在计算破碎度时,根据文献[3]提供的碳黑的物性参数进行计算:

$$\tau_{\min} = 6 \text{ N/cm}, C_{11} = 0.2025, C_{21} = 2.222, C_{31} = 0.7407.$$

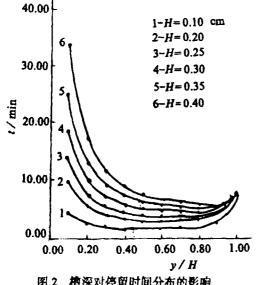
LDPE 粘度 n=50 Pa·s

3 计算结果与讨论

3.1 螺盘参数和工艺参数对熔体纵向混合的影响

3.1.1 螺槽深度的影响

由图 2 可以看出, 随螺槽深度的增加, 不同螺槽深度处停留时间的差异增大。当 H=0.1cm 时,在无量纲槽深 $Y/H=0.2\sim0.9$ 范围内,熔体的停留时间接近相等,即熔 体在此区域内流动近似塞流,基本无纵向混合;但当 H=0.4cm 时,不同槽深处停留时间 随槽深变化具有很大的变化率,表明熔体已具有很好的纵向混合作用,我们从图中同时可 以发现在螺槽底部,熔体具有较强的纵向混合作用。





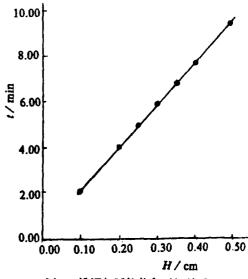


图 3 槽深与平均停留时间关系

图 3 为增体平均停留时间与槽深之间的关系、图中表明、平均停留时间随槽深变化近似为线性关系,其间归方程为 t= 18.30H+0.2843。

3.1.2 槽宽的影响

图 4 表明,槽宽增加,售留时间随槽宽变化率增加,熔体纵向混合作用增强,并且一方面螺剂宽度增加,使螺距增大,螺槽长度缩短,导致停留时间减少;但另一方面,螺槽宽度增加,流速截面积增大,在相同流量下。流速减小,则停留时间增长,这两种相反因累作用的综合结果在图中反映为。当无量纲槽深 Y/H < 0.9 时,宽槽停留时间大于空槽,即在此区域内,随槽宽增加,流速减小占主导地位。当 Y/H > 0.9 时,随槽宽增加,停留时间减小,则表明以槽长减少对停留时间的贡献大。

图 5 为平均停留时间与槽宽的关系,图中可以看出,平均停留时间随槽宽增加而增加,但由于存在两种相反作用,故增加幅度小于线性关系。

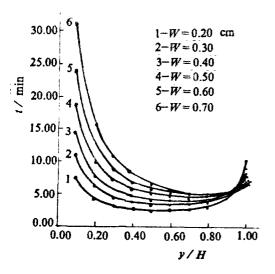


图 4 槽宽对停留时间分布的影响

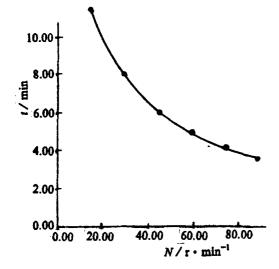


图 6 转速与平均停留时间的关系

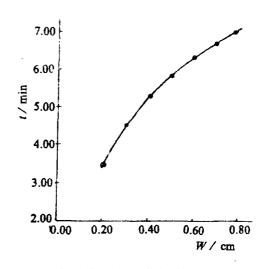


图 5 槽宽与平均停留时间的关系 30.00

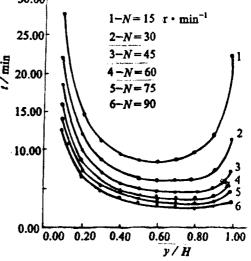


图 7 转速对停留时间分布的影响

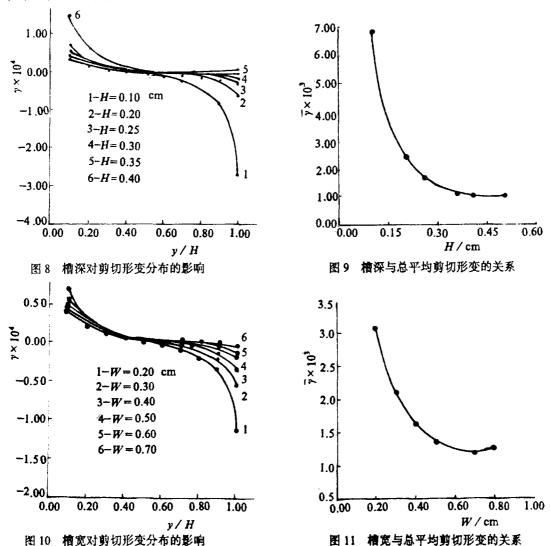
3.1.3 转速的影响

随转速增加,停留时间减小 (见图 6),并且螺槽顶部熔体停留时间的下降幅度最大。这是因为转速增加,导致整个横截面各点熔体流动速度的增大。但以预层 (Y/H=1) 熔体速度的增加比例最大,散相应停留时间下降幅度最大(见图 7)。

3.2 螺盘参数和工艺参数对层流混合效果的影响

3.2.1 螺槽深度的影响

剪切形变为剪切速率和停留时间的乘积, y= y・1, 由于螺槽顶部 (Y/H=1) 处拖 曳速率保持不变,故螺槽深度增加,速度梯度减小导致剪切速率下降;但由槽深对停留时 间影响的图 2、图 3 中可以看出,槽深增加,停留时间增加。这两种相反作用总的效果, 从不同螺槽深度对剪切形变沿槽深分布 (图 8) 和槽深变化对平均总形变的影响 (图 9) 中可以看出,螺槽深度增加,总剪切形变减小,当槽深在 0.2~0.4cm 变化时,总平均剪



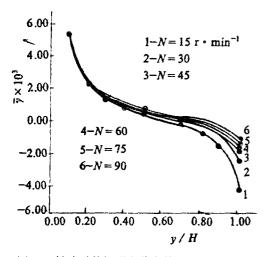
切形变及剪切形变分布随槽深变化不大,但槽深在 0.1~0.2cm 时,出现剪切形变的显著增加,这表明浅槽时,随槽深减小,剪切速率的增加占主导地位,平均停留时间的减小量

较小, 因而导致剪切应变的显著增加。

3.2.2 槽宽的影响

由槽宽变化对剪切形变沿槽深分布曲线(图 10)可以看出,随槽宽增加,剪切形变沿槽深分布趋于平缓,尤其当槽宽 W>0.50cm 以后,螺槽的中部和底部,熔体所受剪切形变量相差很小,但对于窄槽混炼盘,在螺槽底部和顶部的熔体可以获得较大的剪切形变量,即获得较好的混合。

从图 11 槽宽对总平均剪切形变量影响的曲线中,可以得出,当槽宽 W=0.7cm 时,出现一个平均剪切形变的最小值点,当槽宽小于 0.7cm 时,随槽宽增加,平均剪切形变量减小;但大于 0.7cm 以后,随槽宽增加,平均剪切形变量又略有增加,这是由于当槽宽增大时,流道横截面积增大,物料流速减小,因而导致剪切速率的减小和停留时间的增长,同时,槽宽增大,螺距增大,螺槽长度缩短,又导致停留时间的减少,以上多种因素的综合作用结果,导致了存在平均剪切形变极小值的现象。



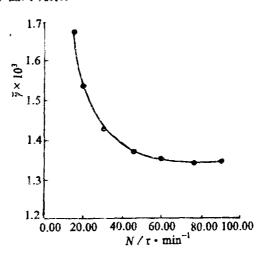


图 12 转速对剪切形变分布的影响

图 13 转速与总平均剪切形变的关系

3.2.3 转速的影响

由图 12 转速改变对剪切形变沿螺槽深度分布变化及图 13 转速对平均剪切形变影响两图中可以看出,转速增加,剪切形变相应减小,但转速对剪切形变的影响较小,这是因为转速增加,剪切速率增加,但同时料流速度增加,导致停留时间缩短,剪切速率与停留时间乘积值随转速增加略有减小。

3.3 螺盘参数和工艺参数对物料分散性能的影响

3.3.1 螺槽深度的影响

从螺槽深度对破碎度关系曲线(图 14)中可以看出:当H<0.3cm颗粒破碎度 K<0.1,碳黑的分散效果非常好,分散粒子尺寸已接近原生粒子直径; 但 H>0.3cm 以后,颗粒破碎度开始大幅度上升; 当 H>0.4cm,由于剪切应力已接近或小于使碳黑粒子破碎的最小应力值,如无法使碳黑粒子破碎,颗粒破碎度为 1. 公式 (31) 表明,颗粒的破碎度主要与剪切应力及剪切应力作用时间有关。槽深增加,剪切应力减小,但剪切应力作用时间增加,这两个因素哪一个起主导作用,还与被分散颗粒的物性 C_{11} , C_{21} , C_{31} , 有关。由于槽深增加,应力减小幅度较大,而停留时间增长幅度较小,故综合效应为槽深增加破碎度 K

增大、分散能力下降,

3.3.2 植宽的影响

从图 15 中可以看出。当 W < 0.5cm 时,破碎度核近为零,此时端面盘具有私与制工 散能力;在 0.5 < W < 0.7 范围内,破碎度有较明显增加。而在 0.7 < W < 0.8 之间。严好 度的增加又趋于平级。但总的情况看,随槽宽增加,破碎度增加。分散效果受差。但全电 幅度远小于陡槽深的变化。这主要是由于槽宽变化。剪切应力和剪切应力作用时间的变化 均很小。

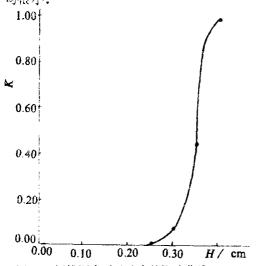


图 14 螺槽深度对破碎度的影响曲线

3.3.3 转速的影响

由转速与破碎度关系曲线中(图 16)可以 看出: 当转速 N > 45r/min 以后,已可以 获得满意的分散效果。当转速为 20r/min 和 30r/min 时,分别出现了两个破碎度的 ⋈ 极值点,这主要是由于随转速变化,剪切应 力及其作用时间的增减幅度不同而导致的。

4 结束语

作用;

(1) 随螺槽深度增加,端面盘对熔体的 纵向混合得到改善,横向混合减弱;槽深变 化对分散效果有显著影响,当 H<0.25cm

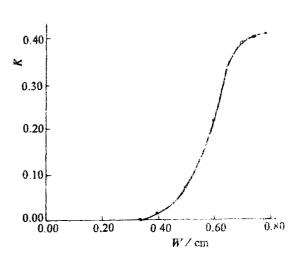
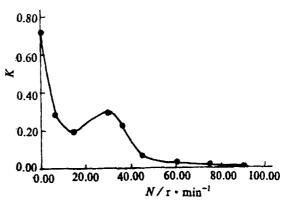


图 15 螺槽宽度对破碎度的影响曲线



化对分散效果有显著影响,当 H<0.25cm 图 16 转速对破碎度的影响曲线时,分散作用强烈,破碎度接近于零,而当 H>0.4cm 以后破碎度为 1,又几乎没有分散

- (2) 螺槽宽度改变对熔体的混合、分散作用与螺槽深度改变所引起的作用相似,但影响幅度不同,一般以槽深变化对混合、分散的影响为大。
 - (3) 随转速增加,熔体纵向混合横向混合同时减弱,但分散作用增强。

参考文献

- 1 胡秀吉。朱复年, 用端面阿基米镍螺槽代替螺杆构送给蒸塑料的可行性估计, 北京化工学院生报。1987,14(2): 53--62
- 2 坡坦特 耳·挤出工程设计与计算。刘津平译, 北京: 中国石化出版社, 1991
- 3 黄丽萍, 菊面混炼挤出机的研究: [学位论文] 北京: 北京化工学院, 1992

The Numerical Calculation of Mixing for Archimedes Spiral Mixing Disc

Qian Xin Xue Ping Hu Xiuji Zhu Fuhua (Institute of Plastics Engineering)

Abstract:According to the conventional assumptions, the authors have established the mathematical model of melt flow for Archimedes spiral mixing disc and the computational model of mixing process. The equations were solved numerically with the aid of computer. The effects of the channel depth, channel width and rotation speed of mixing disc on the retention time, shear rate and shear stress of melt in channel have been analyzed.

Key words: mixing disc; Archimedes spiral ;mathematical model ;shear retention time

(上接第 11 页)

Numerical Simulation in Injection Molding Process and Computer Graphic Display

Zheng Jianqiang Zhang Zheng (Department of Chemical Engineering)

Abstract: Control volume finite difference method has been employed to simulate the injection molding process. And Computer graphic technology is used to display the results of simulation. In the papaer, the low level graphic function is adopted to obtain special animated sequences on Sun - 3 / 160 workstation.

Key wordo: Numerical simulation; computer graphics; injection molding